મૂર્ખ ગણિતજ્ઞ

ફિબોનાચી નું જીવન



મધ્યયુગીન ઇટાલી માં એક યુવાન છોકરો - લિયોનાર્ડો ફિબોનાચી - દિવસ-રાત સંખ્યાઓ વિષે જ વિચારતો રહેતો હતો. એ દિવસભર દિવાસ્વપ્ન જોયા કરતો, એટલે લોકો એને મૂર્ખ કહેતા.

જયારે લિયોનાર્ડો મોટો થયો ત્યારે એણે દુનિયા ની યાત્રા કરી. ત્યારે તે વિભિન્ન દેશો માં વપરાશ માં આવતા અંકો થી પ્રેરિત થયો, ખાસ કરીને હિન્દૂ-અરબી અંકો થી જે એણે આફ્રિકા માં શીખ્યા હતા. ત્યારે એણે એ મહેસુસ કર્યું કે પ્રકૃતિ માં ઘણી વસ્તુઓ એક નિશ્ચિત નમૂના નું પાલન કરે છે. જે છોકરા ને ક્યારેક મૂર્ખ કહીને ચીઢવવામાં આવતો હતો, એણે કંઈક એકદમ નવું શોધ્યું જે "ફિબોનાચી અનુક્રમ" ના રૂપ માં આજે પણ જાણીતું છે!

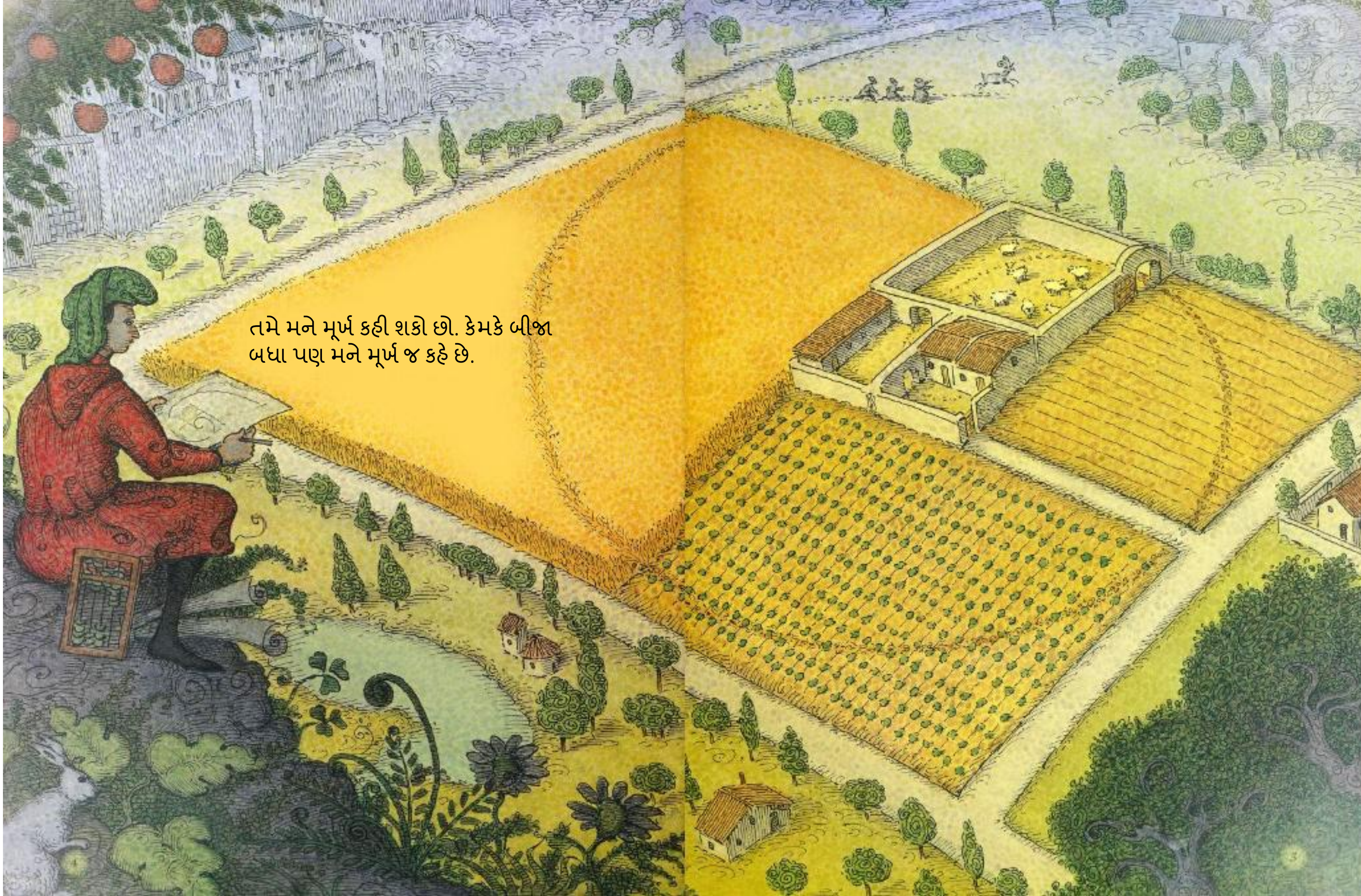
આજે ફિબોનાચી સસલા ની પ્રજનન સંખ્યા વિષે ના એના સાદા શાબ્દિક હલ માટે જાણીતા છે અને હવે એની ગણના સૌથી મહાન પશ્ચિમી ગણિતજ્ઞો માં થી એક માં થાય છે. આ એની વાર્તા છે, એક એવા માણસ ની વાર્તા જે નિશ્ચિત રૂપ થી મૂર્ખ નહોતો.



મૂર્ખ ગણિતજ્ઞ

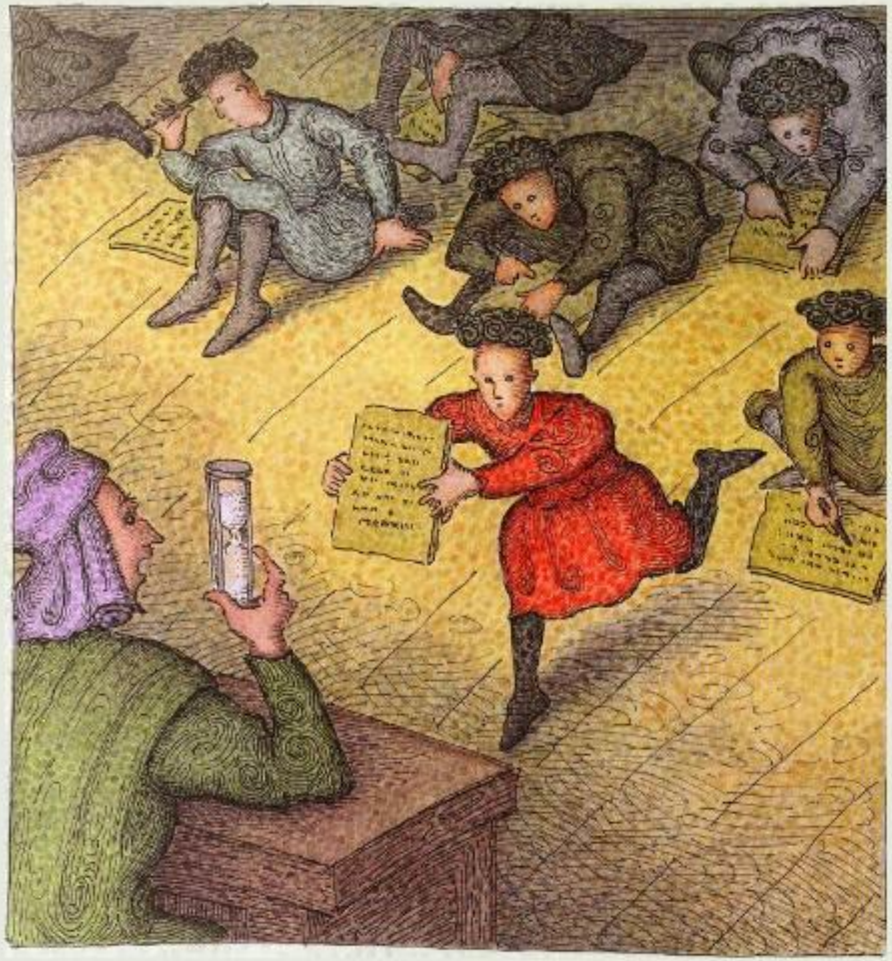
ફિબોનાચી નું જીવન



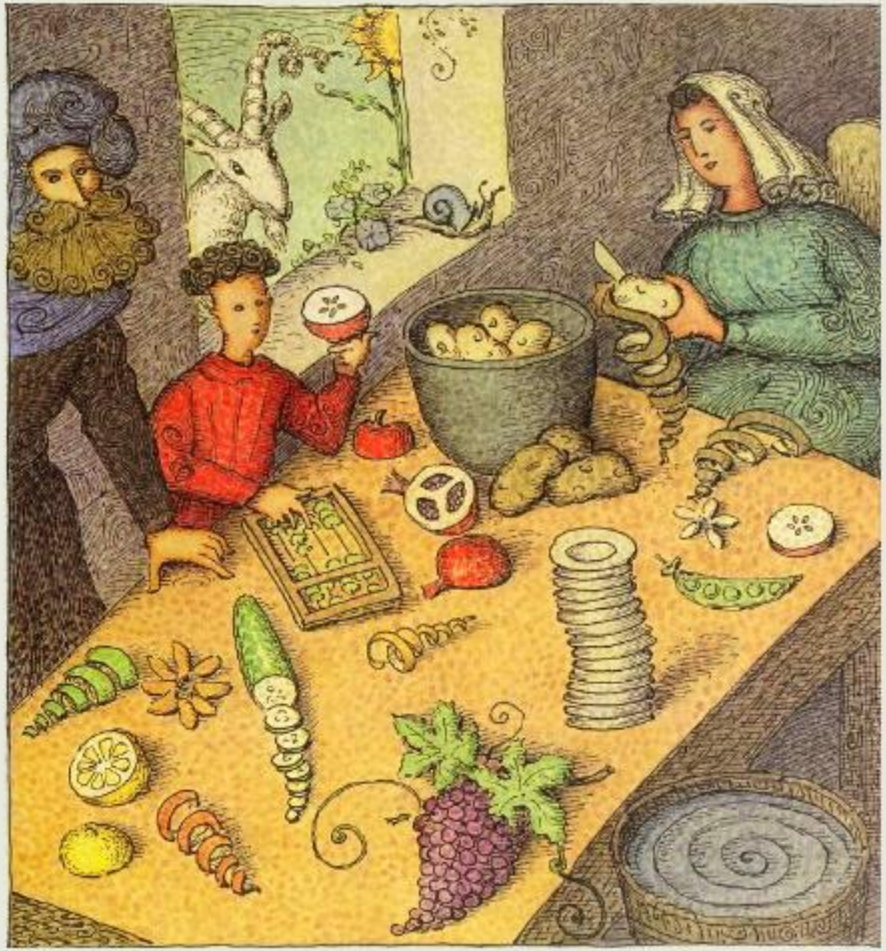


તમે મને મૂર્ખ કહી શકો છો. કેમકે બીજા
બધા પણ મને મૂર્ખ જ કહે છે.

હું ગણિત માં બહુ તેજ હતો. મને નાનપણ થી જ ગણિત ઉપર બહુ પ્રેમ હતો. હું મારા માતા-પિતા ના ઘર માં જ્યાં પણ જોતો, ત્યાં મને કંઈ-ને-કંઈ ગણવાનું જરૂર મળી જતું.



એક દિવસ જયારે હું બહુ નાનો હતો, ત્યારે શિક્ષકે ક્લાસ માં એક ગણિત ની સમસ્યા આપી અને એને ઉકેલવા માટે દસ મિનિટ નો સમય આપ્યો. પણ મેં એને ફક્ત બે સેકંડ માં ઉકેલી આપી.





એ દિવસો માં વર્ગ માં બધા જ છાત્રો મણકા ઘોડી (એબેક્સ) પર ગણિત ના પ્રશ્નો હલ કરતા હતા. તેઓ રોમન અંકો માં ઉત્તર લખતા હતા. એમાં બહુ સમય લાગતો હતો. પણ એ વખતે ગણિત ના પ્રશ્નો હલ કરવાનો બસ એજ તરીકો હતો.

જયારે હું બાકી છાત્રો ને પ્રશ્નો હલ કરવામાં એટલો સમય લગાવતા જોતો, તો હું કંટાળી જતો હતો.

પછી હું બહાર વૃક્ષ પર બેસેલા બાર પક્ષીઓ ને ગણતો હતો. એ પક્ષીઓ ના કેટલા પગ છે? હું અચરજ કરતો. એમની કેટલી આંખો છે? કેટલી પાંખો છે? અને જો હરેક પક્ષી બે સેકન્ડ માટે ગાય, તો એક પછી એક કરીને બધા પક્ષીઓ ને ગાવા માં કેટલો સમય લાગે?

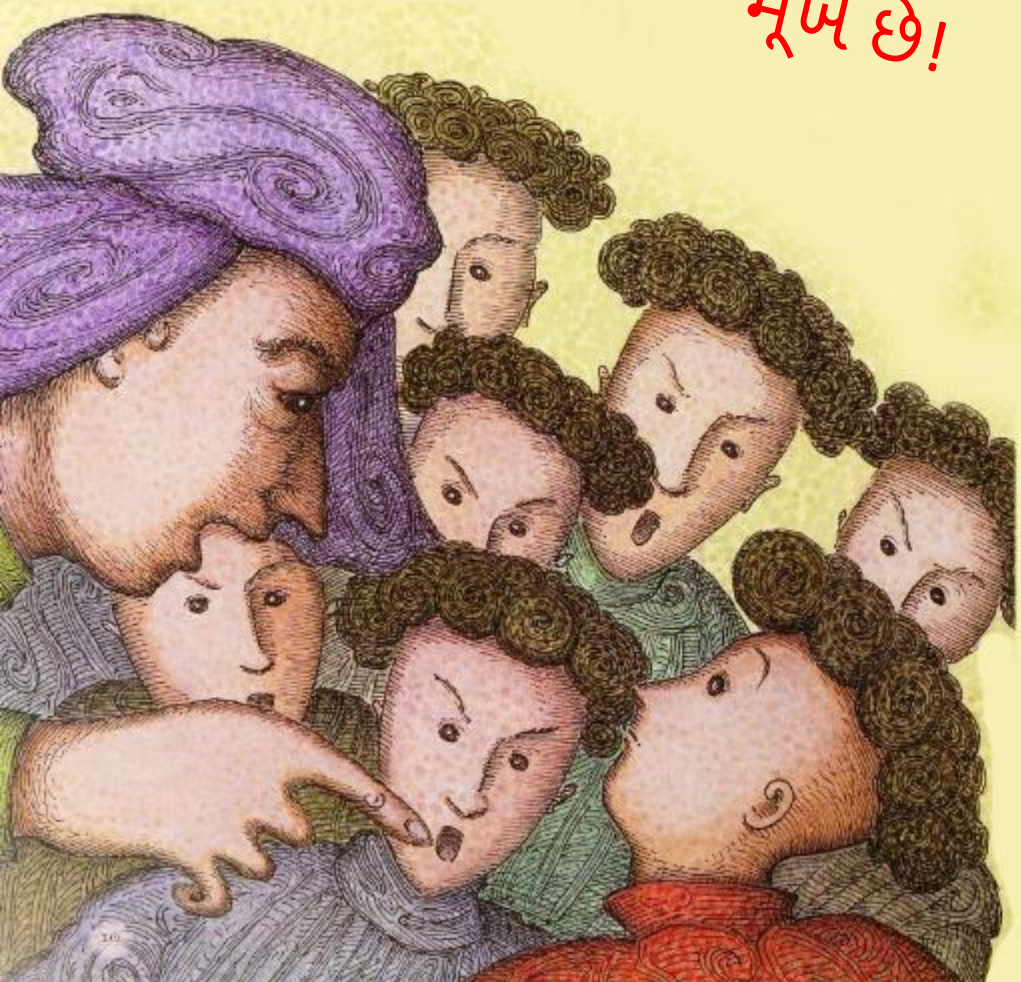
આ એટલા સુંદર સવાલ હતા કે હું દિવસ ના સપના જોતો હતો.

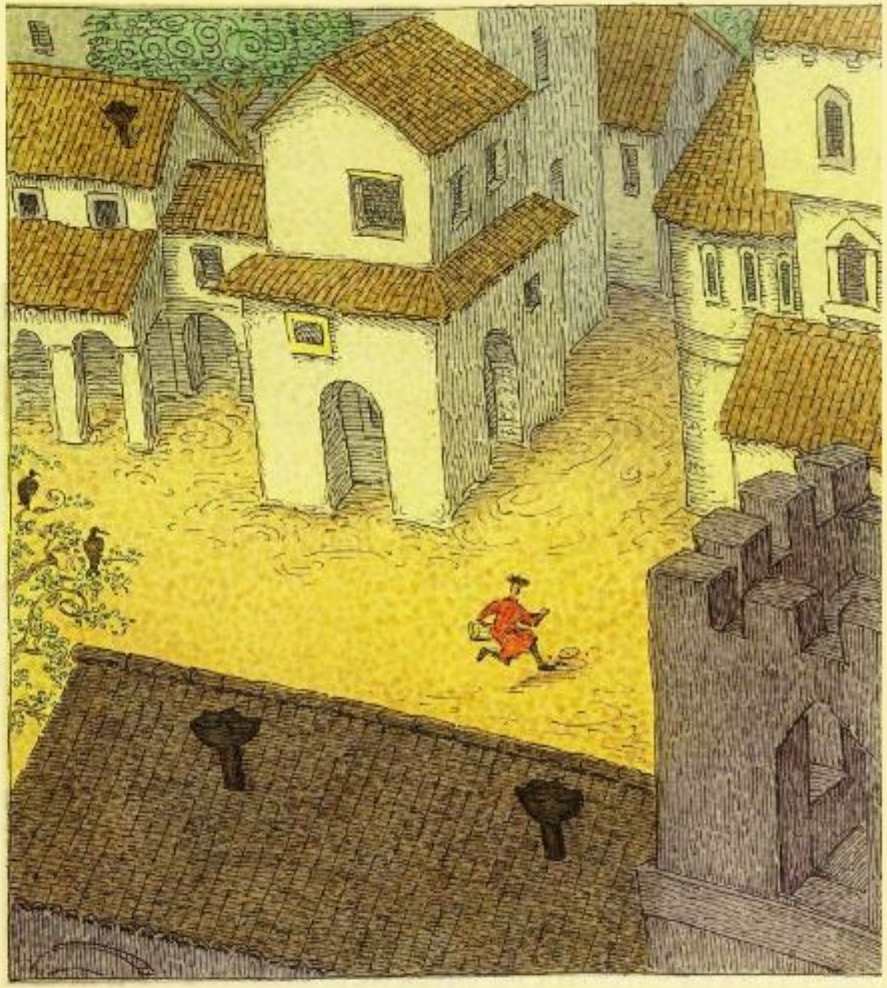


"લિયોનાર્ડો!" મારા શિક્ષક બરાડતા. "મારી કક્ષા માં સપના જોવાની તારી હિમ્મત કેમ થઈ?"

"પણ સર," હું કહેતો, "હું તો ફક્ત વિચારતો હતો. "આ-હા" શિક્ષક રાડ પાડતા. "એજ તો પરેશાની છે! આ વર્ગ માં વિચારવા ની કોઈ જરૂરત નથી - અહીં આપણે ફક્ત કામ કરશું! તું એક અસ્થિર મગજ નો આળસુ છોકરો છે અને ફક્ત સપના જુએ છે, તું ......

મૂર્ખ છે!

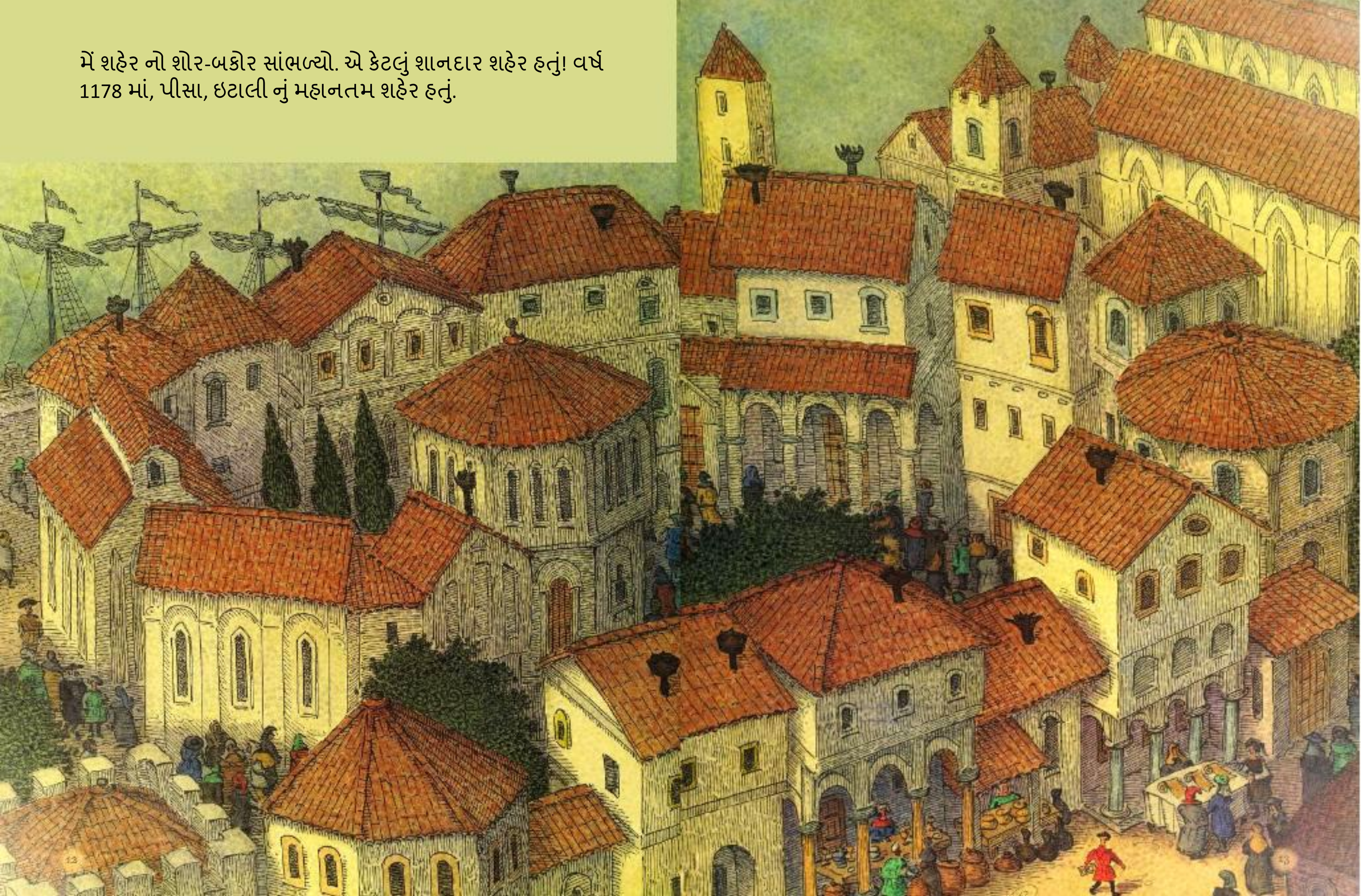




શિક્ષક ને સાંભળી ને બીજા બાળકો હસી પડયા. "મૂર્ખ! મૂર્ખ!" તેઓ એ બૂમ પાડી.

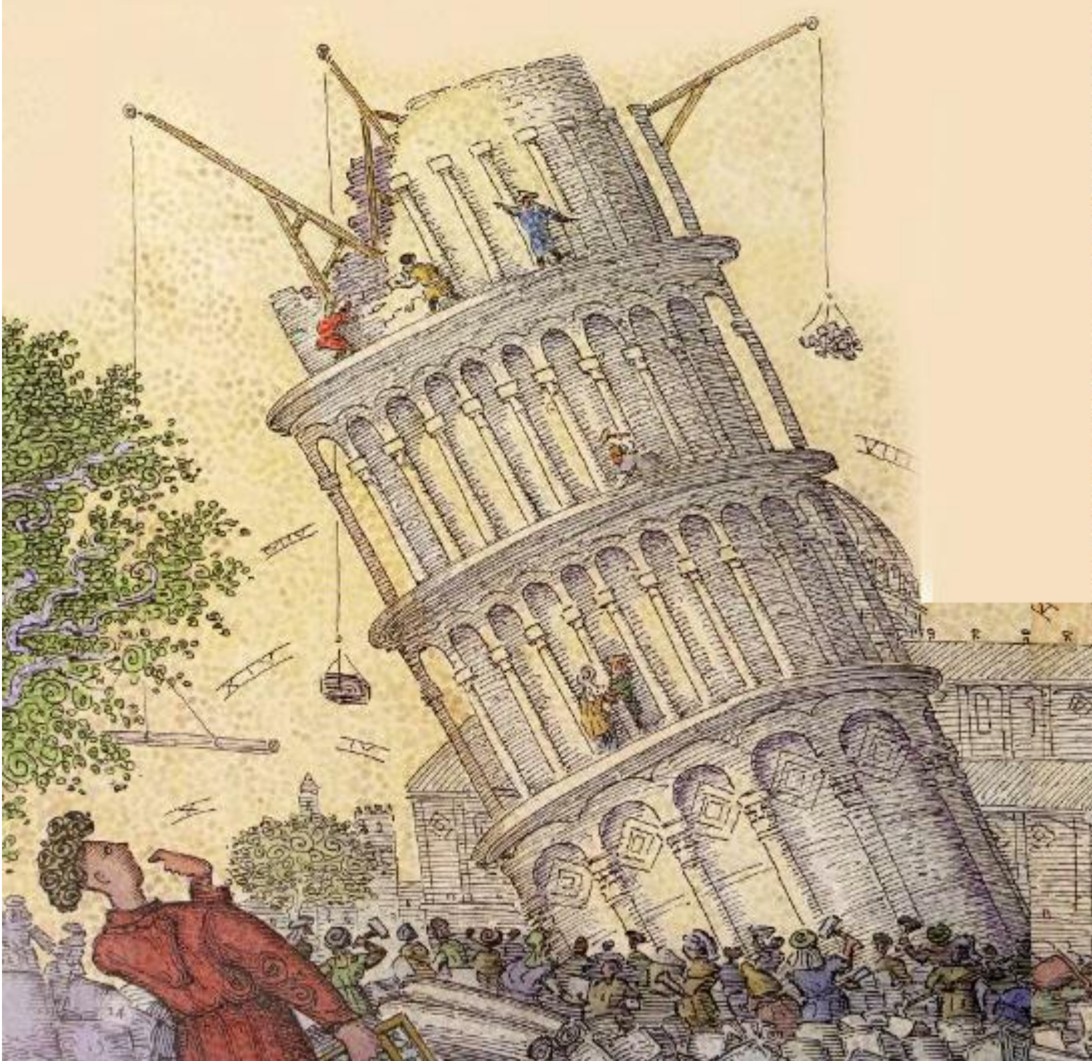
આ સાંભળી ને મને એટલું દુઃખ થયું કે હું શાળા માં થી ભાગી ને પીસા શહેર ની સડકો પર ઘૂમવા લાગ્યો.

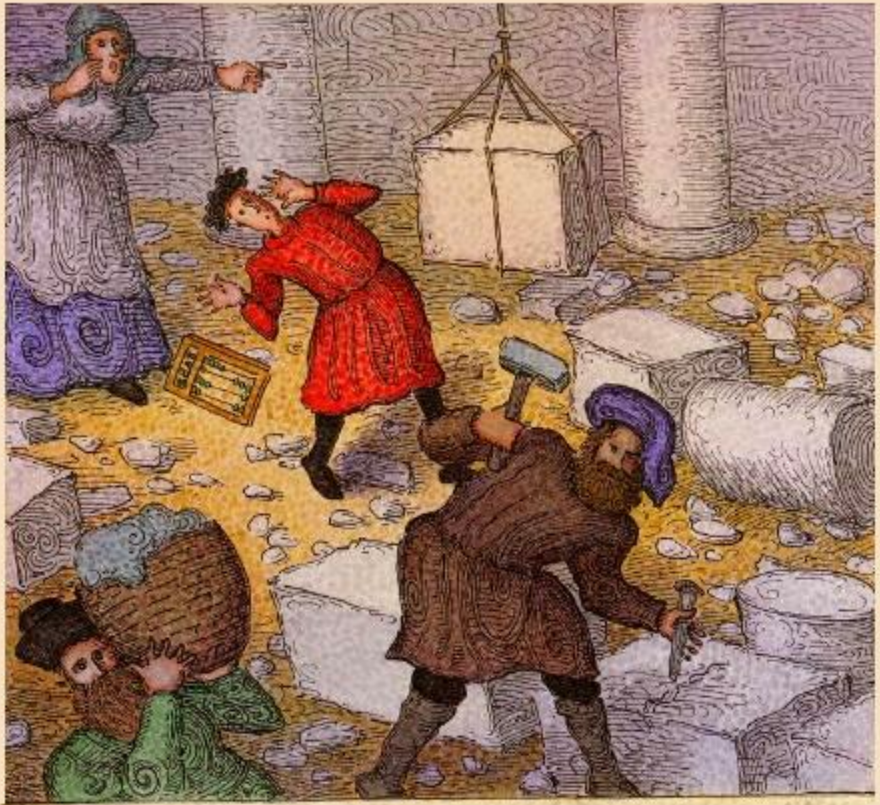
મેં શહેર નો શોર-બકોર સાંભળ્યો. એ કેટલું શાનદાર શહેર હતું! વર્ષ 1178 માં, પીસા, ઇટાલી નું મહાનતમ શહેર હતું.



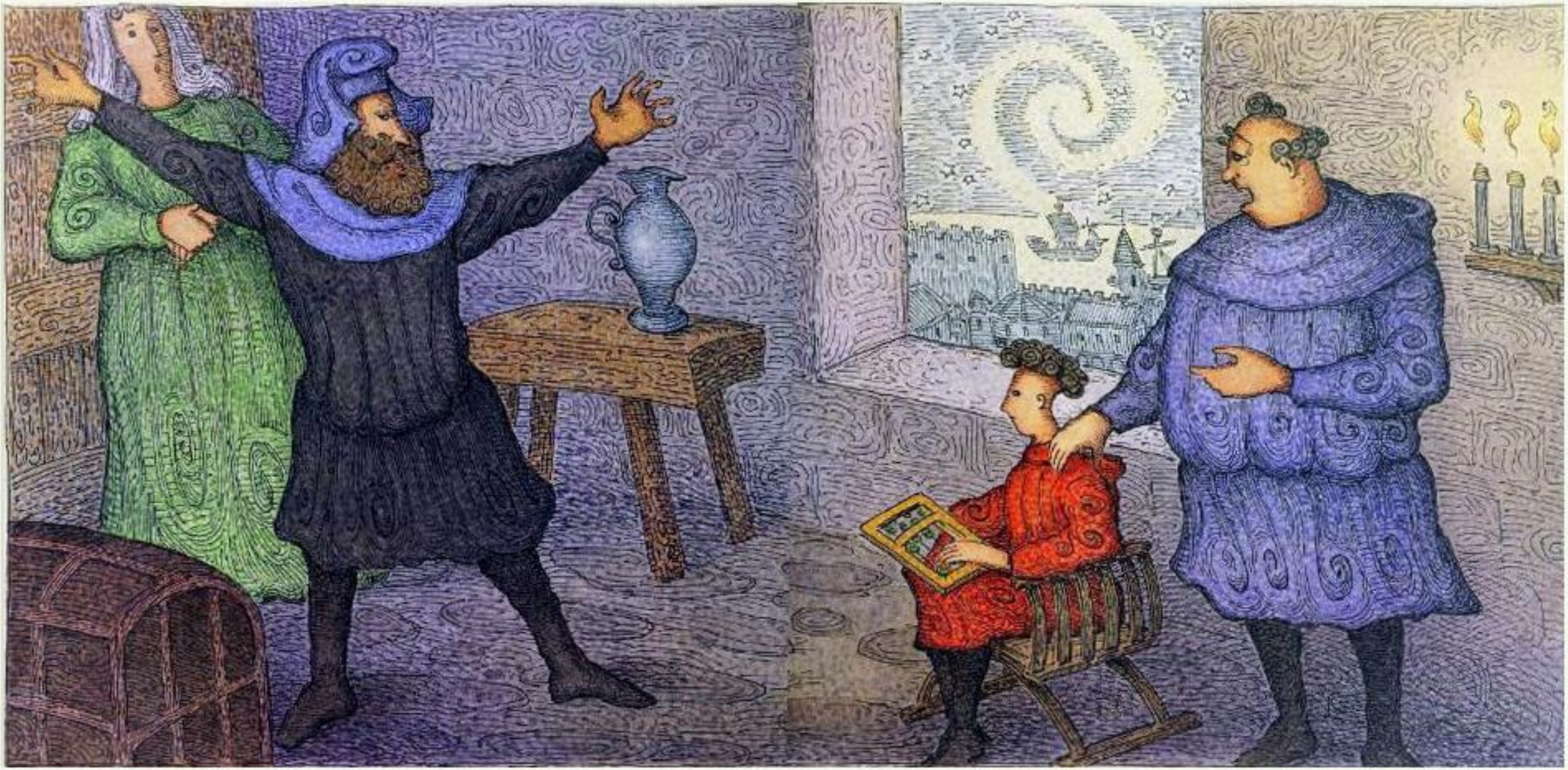
ચર્ચ ના મેદાન માં મજૂરો એક નવા ઘંટાઘર નું નિર્માણ કરી રહ્યા હતા. કંત્રાટી ના ગણિત માં ઘણી ગરબડ હતી!

મેં ચારે બાજુ સંખ્યાઓ ની મહિમા જોઈ-સાંભળી અને એનો અનુભવ કર્યો. કેટલા બધા લોકો પોત-પોતાના કામમાં ગણિત ઉપયોગ કરી રહ્યા હતા! એ જોઈ ને મારુ માથું ભમવા લાગ્યું.





હું એટલો ઉત્સાહિત થયો કે મેં એ ન જોયું કે હું ક્યાં જઈ રહ્યો છું. "સપના જોવાનું બંધ કર!" એક મહિલા જોરથી બોલી. "શું તું મૂર્ખ છે?"



એ રાત્રે પિતાજી બહુ નારાજ થયા. "સંપૂર્ણ શહેર તારા વિષે વાતો કરી રહ્યું છે!" એમણે બૂમ પાડી. "દરેક લોકો કહી રહ્યા છે કે મારો દીકરો મૂર્ખ છે. લોકો તને મૂર્ખ કહે એ મને બિલકુલ પસંદ નથી."

અલ્ફ્રેડો, મારા પિતા ના સલાહકારે કહ્યું, "કદાચ તમે આ છોકરા સાથે બહુ સખ્તી થી પેશ આવી રહ્યા છો, સિનોર બોનાચીઓ."

"ચૂપ!", પિતાજી ચિલ્લાયા. "લિયોનાર્ડો, જલ્દી તું મારી સાથે આફ્રિકા જવા પ્રસ્થાન કરીશ. પછી લોકો તને ચીઢવવાનું બંધ કરી દેશે. હું તને એક વેપારી બનાવીશ."

"બાપ રે!" મેં વિચાર્યું. "વેપારી કોને બનવું છે?"



રવાના થવાની ની આગલી રાત્રે હું સૂઈ ન શક્યો. મેં બહુ દુઃખી મન થી એક ખરતા તારા ને સમુદ્ર માં પડતા જોયો.

એ તારા ની રોશની માં મને એક જૂનો મિત્ર દેખાયો. એણે મારા આંસૂ સુકાયા ત્યાં સુધી ઇંતેજાર કર્યો.

"મને લાગે છે કે લોકો સૌથી વધારે ખુશ ત્યારે હોય છે જયારે તેઓ પોતાની પસંદ નું કામ કરે છે," અલ્ફ્રેડો એ કહ્યું. "જો, મને પનીર પસંદ છે. અને લિયોનાર્ડો, તને સૌથી વધુ ખુશી ક્યા કામ માં મળે છે?"

"સંખ્યાઓ માં," મેં વિચાર્યા વગર કહ્યું.

"તો પછી તારે સંખ્યાઓ અને ગણિત ના વિષય માં જે કંઈ સંભવ હોય તે શીખવું જોઈયે. તો તું હંમેશા ખુશ રહીશ."



મેં અલ્ફ્રેડો ની સલાહ માનવાનો ફેંસલો કર્યો. પિતાજી મને ઉત્તરી આફ્રિકા ના બુગિયા નામના શહેર માં રહેવા લઈ ગયા. નવા દેશ માં મેં જોયું કે અરબ વેપારી રોમન અંકો નો ઉપયોગ કરતા નહોતા. તેઓ ભારતીય હિન્દૂ લોકો પાસે થી ઉધાર લાવેલા અંકો નો ઉપયોગ કરતા હતા.

ઇટાલી માં અમે લખતા હતા : XVIII

પણ અહીં વેપારી લખતા હતા : 18.

જરા જુઓ આ કેટલું સહેલું છે?

આ અંકો વિષે હું વધારે શીખવા માંગતો હતો.

દિવસ ના સમય દરમ્યાન પિતાજી ના વેપાર નો હિસાબ-કિતાબ કરતો હતો. રાત્રે હું આલ્ફ્રેડો સાથે જતો અને હું અજીબ નવા-નવા અંકો શીખતો હતો.













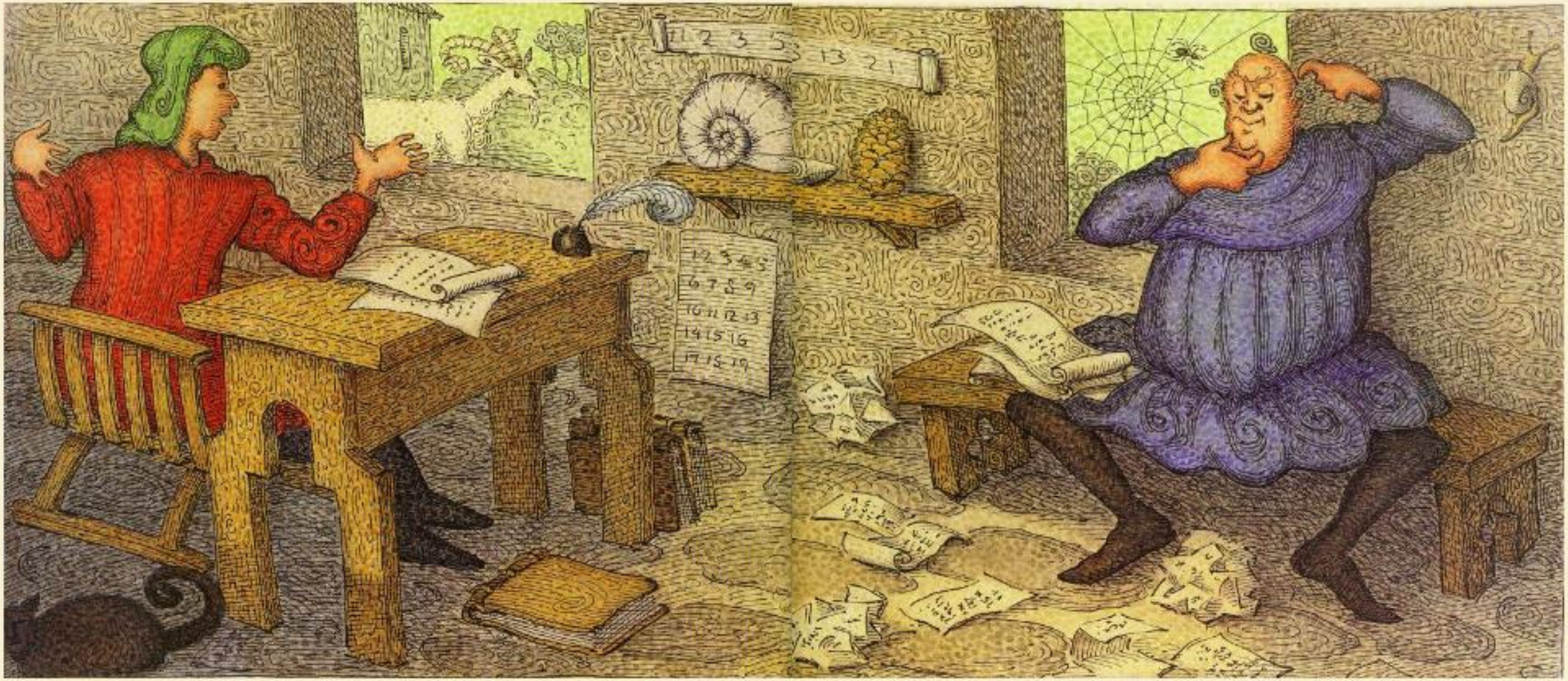
જયારે હું થોડો મોટો થયો તો પિતાજી મને ક્યારેક-ક્યારેક વ્યાવસાયિક પ્રવાસે મોકલતા હતા. મારું કામ પૂરું કરીને હું દરેક શહેર માં બુદ્ધિમાન લોકો ને મળતો હતો. મિસર માં હું શીખ્યો કે પ્રાચીન મિસર ના રાજા અને એની પ્રજા એ અપૂર્ણાંક નો ઉપયોગ કર્યો હતો.

મારી સંખ્યાઓ ની સફર ઈસ્તાંબુલ, ટર્કી, દમાસ્કસ, સીરિયા સુધી ચાલુ રહી.

ગ્રીસ માં હું ગણિત ના પ્રાચીન પુસ્તકો માં થી ભૂમિતિ શીખ્યો.

સિસિલી માં મેં મારી ભાગાકાર અને બાદબાકી ના કૌશલ નો સારો ઉપયોગ કર્યો.

અને ફ્રાન્સ માં ... મેં માછલી નું સૂપ પીધું.



એક દિવસ મેં હિન્દૂ-અરબી અંકો વિષે એક પુસ્તક લખવાનું શરુ કર્યું. મેં એમાં થોડા કોયડા પણ ઉમેર્યા, જેમકે :

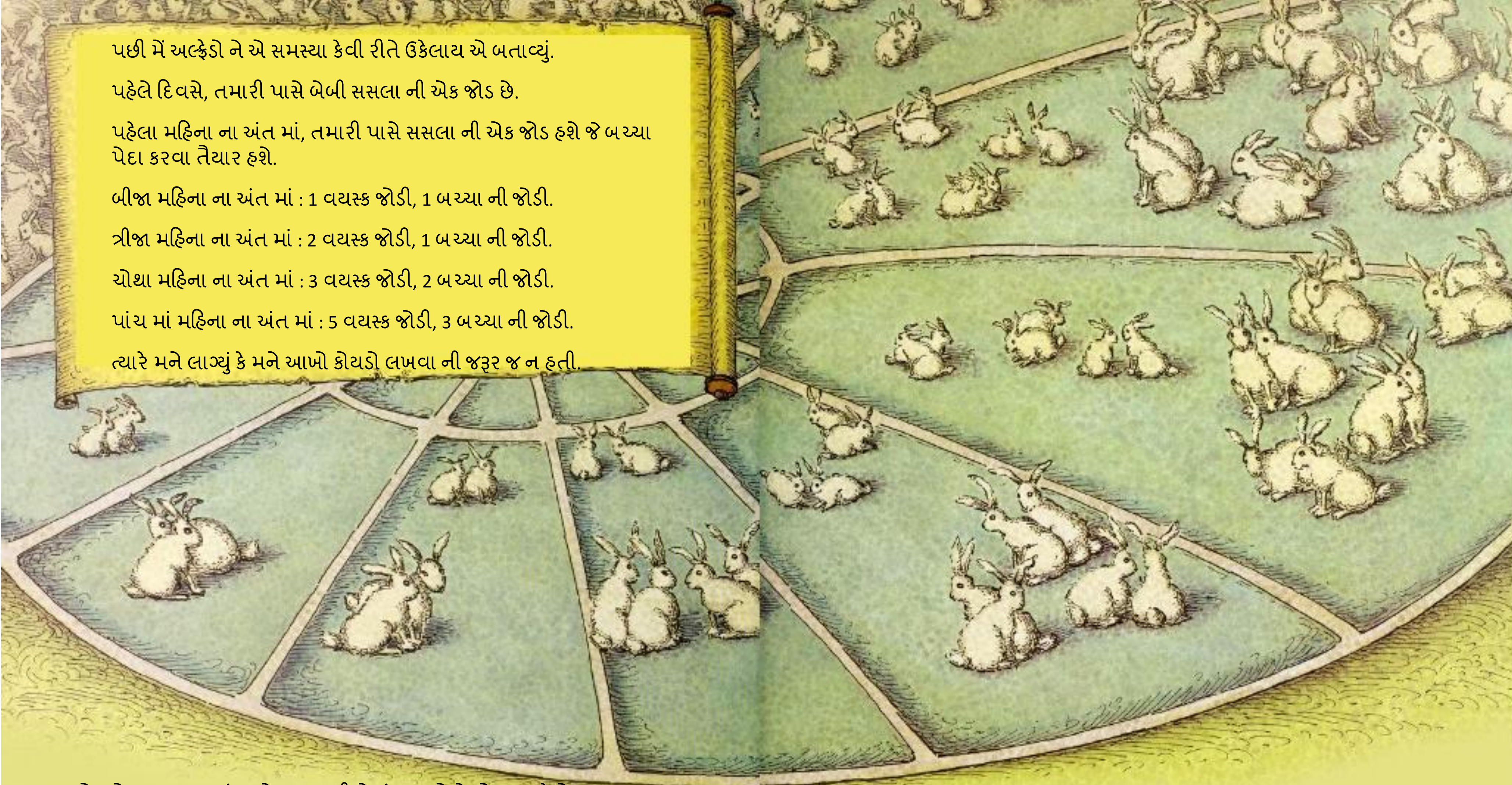
એક માણસ હતો જેણે બે સસલા ના બચ્ચા એક ખેતર માં છોડયા.

સસલા ને મોટા થવામાં અને બચ્ચા પેદા કરવામાં એક મહિનો લાગતો હતો. ત્યાર બાદ એમને બેબી સસલા ની આગલી જોડી ને જન્મ આપવામાં એક મહિના નો સમય ઔર લાગતો હતો.

દર મહિને મોટા થઈ ગયેલા સસલા ની એક જોડી, બેબી સસલા ની એક નવી જોડી ને જન્મ આપતા હતા.

તો એક વર્ષ ના અંત માં સસલાઓ ની કેટલી જોડી એ માણસ પાસે હશે?

અલ્ફ્રેડો એ આ સમસ્યા નો હલ કાઢવાની બહુ કોશિશ કરી, પણ એ એમાં અસફળ રહ્યો.



પછી મેં અલ્ફ્રેડો ને એ સમસ્યા કેવી રીતે ઉકેલાય એ બતાવ્યું.

પહેલે દિવસે, તમારી પાસે બેબી સસલા ની એક જોડ છે.

પહેલા મહિના ના અંત માં, તમારી પાસે સસલા ની એક જોડ હશે જે બચ્ચા પેદા કરવા તૈયાર હશે.

બીજા મહિના ના અંત માં : 1 વયસ્ક જોડી, 1 બચ્ચા ની જોડી.

ત્રીજા મહિના ના અંત માં : 2 વયસ્ક જોડી, 1 બચ્ચા ની જોડી.

ચોથા મહિના ના અંત માં : 3 વયસ્ક જોડી, 2 બચ્ચા ની જોડી.

પાંચ માં મહિના ના અંત માં : 5 વયસ્ક જોડી, 3 બચ્ચા ની જોડી.

ત્યારે મને લાગ્યું કે મને આખો કોયડો લખવા ની જરૂર જ ન હતી.

જો તમે આ નમૂના માં આપેલ પાછલી બે સંખ્યા ઓ ને જોડતા રહેશો,

તો તમને વારંવાર આગળ ની સંખ્યા મળતી રહેશે.

1 જોડી + 1 જોડી = 2 જોડી,

1 જોડી + 2 જોડી = 3 જોડી,

2 જોડી + 3 જોડી = 5 જોડી,

અહીં આ નમૂના ની પહેલી થોડી સંખ્યાઓ આપેલી છે :

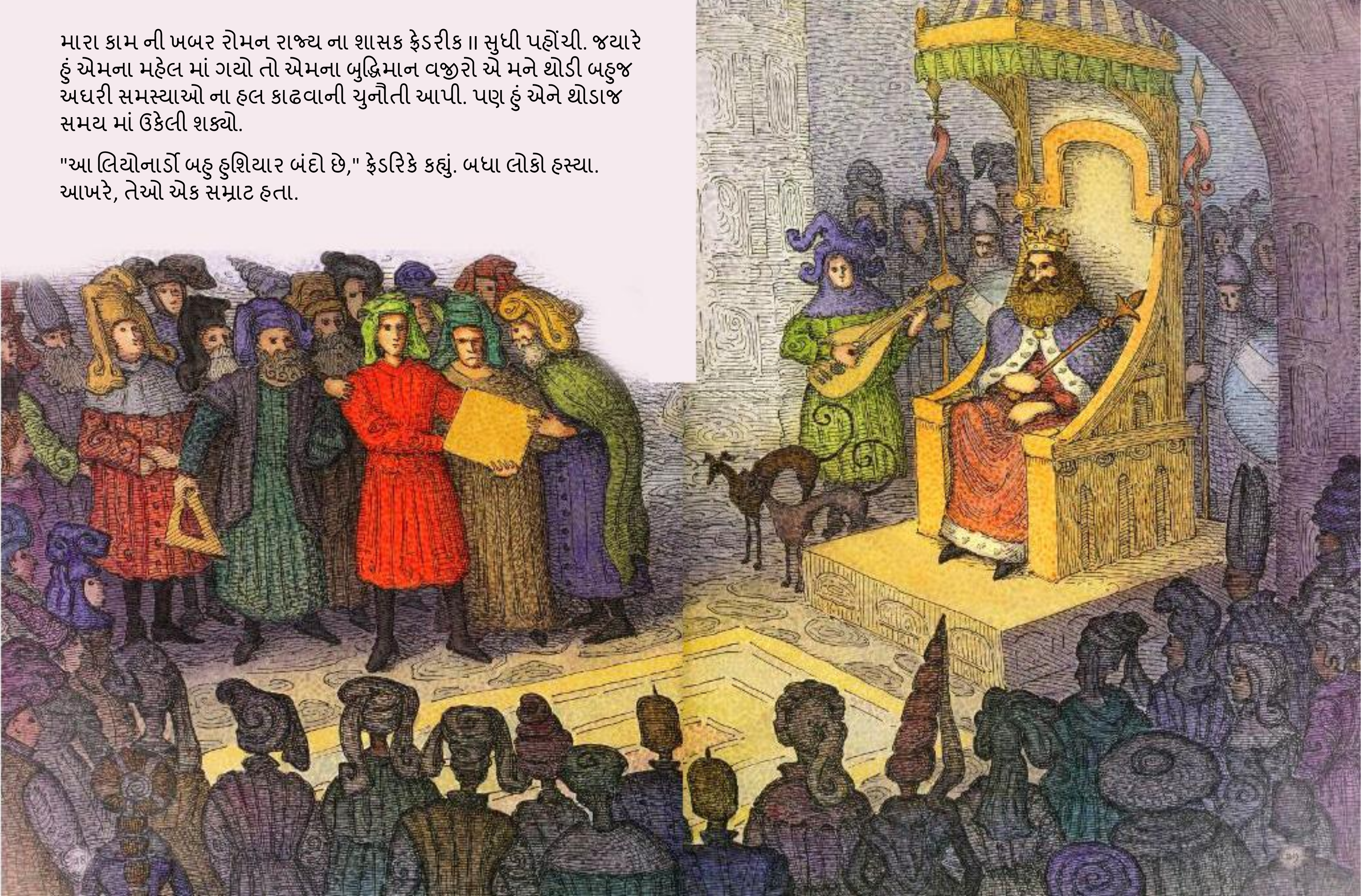
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377 ...

જો તમે ધ્યાન નહીં રાખો તો તમારી પાસે એક વર્ષ માં 233 સસલા ની જોડી હશે!

(અથવા 377, જો તમે વયસ્ક સસલા ની જોડી થી શરુ કર્યું હશે.)

મારા કામ ની ખબર રોમન રાજ્ય ના શાસક ફ્રેડરીક II સુધી પહોંચી. જયારે હું એમના મહેલ માં ગયો તો એમના બુદ્ધિમાન વજીરો એ મને થોડી બહુજ અઘરી સમસ્યાઓ ના હલ કાઢવાની ચુનૌતી આપી. પણ હું એને થોડાજ સમય માં ઉકેલી શક્યો.

"આ લિયોનાર્ડો બહુ હુશિયાર બંદો છે," ફ્રેડરિકે કહ્યું. બધા લોકો હસ્યા. આખરે, તેઓ એક સમ્રાટ હતા.





પછી મને મારી ઉપલબ્ધીઓ ઉપર ગર્વ મહેસુસ થયો. પણ એક દિવસ, જયારે હું પીસા પાછો ફર્યો, ત્યારે મેં બજાર માં થોડા લોકો ને વાતો કરતા સાંભળ્યા.

"આ બોનાચીઓ નો છોકરો છે," એક માણસે કહ્યું. "એ કહે છે કે આપણે ભારતીય સંખ્યા નો ઉપયોગ કરવો જોઈયે."

"જુના આંકડા માં શું ખોટું છે?" બીજા માણસે પૂછ્યું. "જો એ આંકડા રોમન લોકો માટે સારા છે, તો એ આપણે માટે પણ સારાજ હશે!"

"એ છોકરો એકદમ મૂર્ખ છે!"

અચાનક હું ફરી દુઃખી થયો. "જો લોકો મારી વાત જ નહીં સાંભળે તો મારા સારા કામ નો શું ફાયદો?" મેં વિચાર્યું. "લોકો મને હંમેશા એક મૂર્ખ તરીકે જ યાદ કરશે."

મને જાણવાની ઇંતેજારી થઈ કે મારો જુનો મિત્ર અલ્ફ્રેડો આ બાબત શું કહેશે. અચાનક, એવું લાગ્યું કે એ મારી સાથે જ છે.

"આ મુરખાઓ ની વાતો ન સાંભળ, લિયોનાર્ડો!" અલ્ફ્રેડો એ રાડ પાડી. "શું તારા આ આંકડા મહત્વપૂર્ણ નથી?"



"મને નિશ્ચિત રૂપ થી એવું લાગે છે!" મેં કહ્યું. "કોઈક દિવસે આ હિન્દૂ-અરબી આંકડા ને આખી દુનિયા જાણશે. કેમકે હું એનું જેટલું વધારે અધ્યયન કરું છું હું એટલો જ ચકિત થાઉં છું."

પછી મેં સમુદ્રતટ પર એક ફૂલ તરફ ઈશારો કર્યો.

"આ ફૂલ ની કેટલી પાંખડી છે?"

અલ્ફ્રેડો એ ગણી ને કહ્યું, "એકવીસ".

"અને આ ફૂલ?"

"તેર," એણે જવાબ આપ્યો. "એનું શું?"

પણ મેં જલ્દી થી કોઈ જવાબ ન આપ્યો. એને બદલે અમે આખી રાત સમુદ્રતટ પર ફરતા રહ્યા અને વસ્તુ ઓ ને ગણતા રહ્યા.



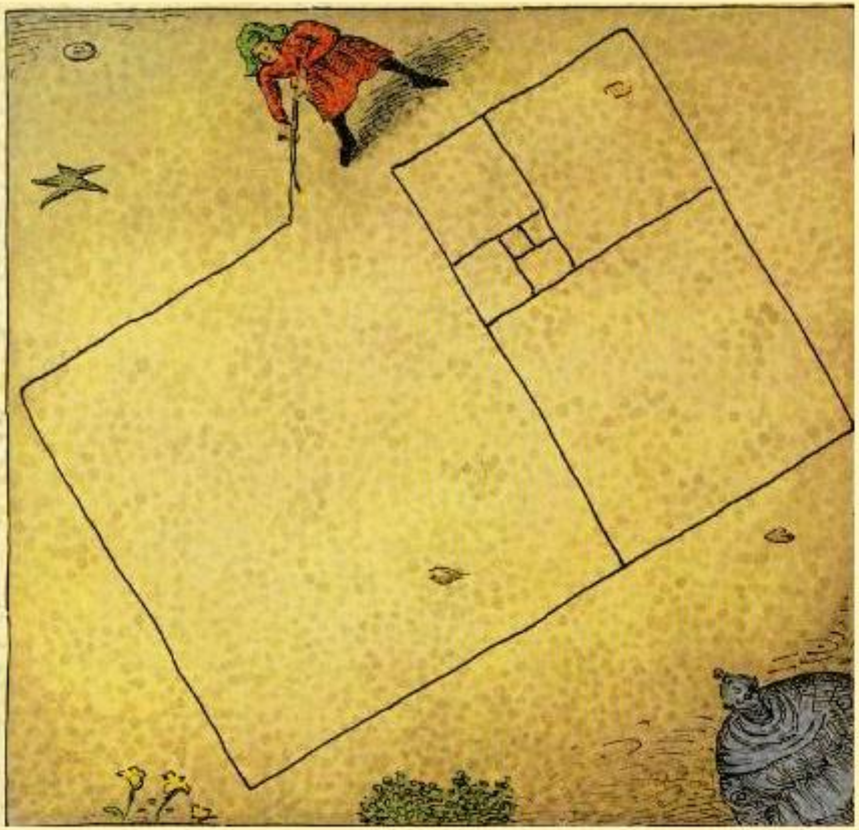


અમે ત્રણ પાંખડી વાળા ફૂલ, પાંચ પાંખડી વાળા ફૂલ અને આઠ પાંખડી વાળા ફૂલો ની ગણતરી કરી. અમે સ્ટારફીશ ના પગ ગણ્યા, સફરજન ના અંદર ના બીજ ગણ્યા.

"જોયું, અલ્ફ્રેડો?" મેં કહ્યું. "હું જે કંઈ પણ ગણું છું, અને જ્યાં પણ જોઉં છું ત્યાં મને એ સંખ્યાઓ જ દેખાય છે. શું તું એને ઓળખે છે?"

અલ્ફ્રેડો એ એને જોરથી દોહરાવી. "1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ... હે પ્રભુ!" એ જોરથી બોલ્યો. "આ સંખ્યા ઓ તો સસલા ની સમસ્યા વાળી સંખ્યાઓ છે!"

"બરાબર," મેં કહ્યું. "અને આ તો બસ શરૂઆત છે!"



"તાજેતરમાં જ મેં એ આંકડાઓ વિષે અલગ રીતે વિચાર્યું છે, જો!"

પછી મેં રેતી માં નાનો વર્ગ બનાવ્યો અને એની બાજુ માં બીજો એક નાનો વર્ગ બનાવ્યો.

પછી મેં એક આકૃતિ બનાવી જે બે વર્ગ ઊંચી અને બે વર્ગ પહોળી હતી.

પછી એક 3 x 3 ના આકાર નો વર્ગ બનાવ્યો.

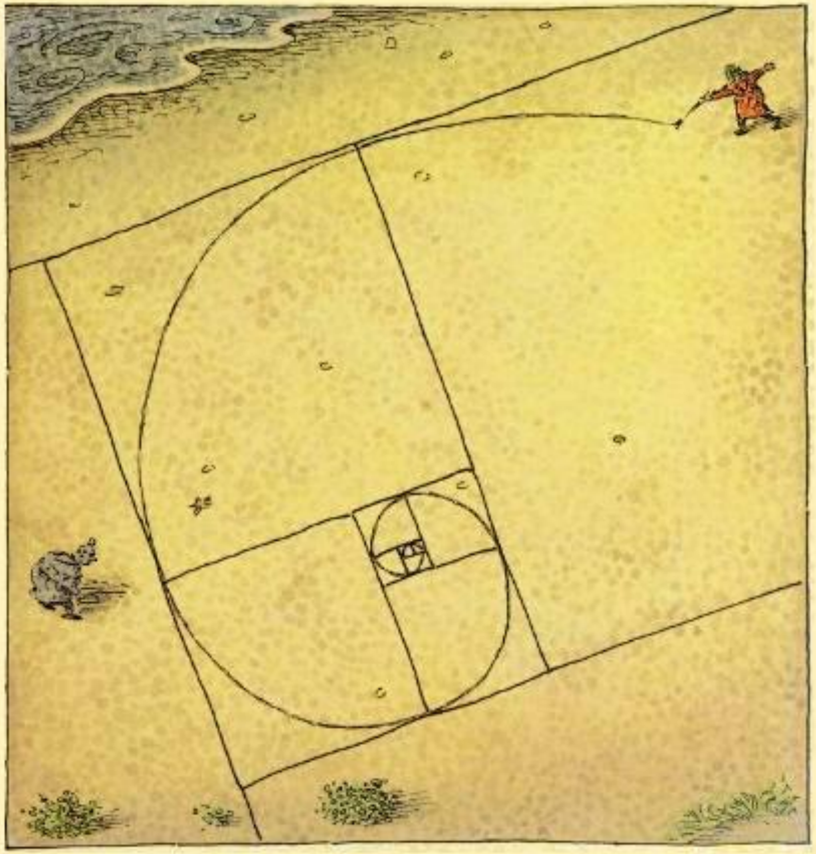
પછી 5 x 5 ના આકાર નો વર્ગ, 8 x 8 અને 13 x 13 ના વર્ગ બનાવ્યા.

"હું આગળ ને આગળ વધી શકું છું," મેં કહ્યું, "પણ એ ત્યાં સુધી બરાબર નહીં લાગે જ્યાં સુધી હું એને જોડીશ નહીં, આ રીતે."

શું તમે અનુમાન કરી શકો છો કે મેં એની અંદર શું બનાવ્યું? અલ્ફ્રેડો અનુમાન ન લગાવી શક્યો.

"સર્પિલ (સ્પાઇરલ)!" મેં બૂમ પાડી. "તમે મારી સંખ્યાઓ સાથે એક સર્પિલ બનાવી શકો છો!"

"કેટલું શાનદાર!" અલ્ફ્રેડો એ કહ્યું.



"હા, એ ખરું," મેં કહ્યું. "પણ મને હજી સમજાયું નહીં કે આ આંકડા આટલા ખાસ કેમ છે."

"તને દેખાતું નથી, લિયોનાર્ડો?" અલ્ફ્રેડો એ કહ્યું. "આ એ સંખ્યાઓ છે જેને પ્રકૃતિ, બ્રહ્માંડ ની વ્યવસ્થા માં ઉપયોગ કરે છે. પ્રકૃતિ એ એને ઘણા સ્થાનો માં છુપાવી છે. પણ હજી સુધી કોઈ એ રહસ્ય ને જાણી નથી શક્યું."

અલ્ફ્રેડો ના શબ્દો એ મારા દિલ ને ખુશી થી ભરી દીધું. બધા લોકો એ મને મૂર્ખ બોલાવ્યો હતો કેમકે હું હર સમય સંખ્યાઓ વિષે જ વિચારતો રહેતો હતો. પણ હવે જરા જુઓ - પ્રકૃતિ ને પણ એ આંકડાઓ પસંદ છે!

અલ્ફ્રેડો ખુશ હતો. "સૌથી નાના છોડ થી લઈ ને સૌથી સુંદર પાઈન શંકુ સુધી, સૌથી મોટા ફૂલ થી લઈ ને સમુદ્ર ની લહેરો સુધી, સૌથી દૂર સ્થિત આકાશગંગા સુધી તારી સંખ્યાઓ નજર આવે છે, લિયોનાર્ડો."

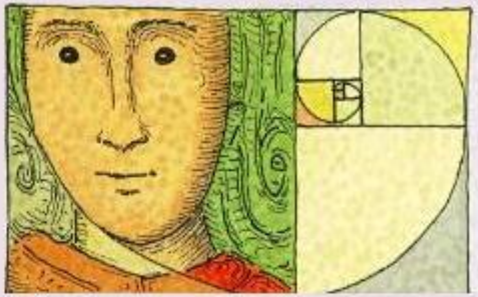




હું હવે વૃદ્ધ થઈ ગયો છું, પણ સંખ્યાઓ હજી પણ મને ખુશ કરે છે. એ રાતે જે રહસ્ય માં મેં અલ્ફ્રેડો ને સહભાગી બનાવ્યો હતો, એ રહસ્ય મેં આજ સુધી કોઈ ને કહ્યું નથી.

પણ આજે હું તમને એ જણાવી રહ્યો છું.

આ પુસ્તક ને તમે ફરી વાંચો. પછી તમને મારી સંખ્યાઓ અસલી જીવન માં જરૂર દેખાશે. ત્યારે તમને સમજાશે કે મૂર્ખ કહેવાયા છતાં હું કેમ ચીઢાતો નથી!





પીસા નો લિયોનાર્ડો

(1170? - 1240?)

લિયોનાર્ડો ફિબોનાચી નામના ગણિતજ્ઞ ના જીવન વિષે બહુ ઓછી જાણકારી ઉપલબ્ધ છે.

આ વાર્તા થોડી એ તથ્યો પર આધારિત છે, જે આપણે જાણીયે છીએ, અને એની સાથે-સાથે થોડી કલ્પના ની ઉડાન પણ છે. એમના ઉપનામ "બિગોલો" નો અનુવાદ "પથિક" અથવા "યાત્રી" થઈ શકે. એનો અર્થ એક આળસી અથવા સપના જોવાવાળી વ્યક્તિ - એક મૂર્ખ પણ થઈ શકે.

આજે લિયોનાર્ડો ને મધ્યકાલીન યુગ ના સૌથી મોટા પશ્ચિમી ગણિતજ્ઞ માનવામાં આવે છે. એમની એક પ્રતિમા પીસા, ઇટાલી માં છે, જે પ્રસિદ્ધ "લીનિંગ ટાવર" થી બહુ દૂર નથી. અને જે હિન્દૂ-અરબી અંકો ને દુનિયા સમક્ષ લાવવા એમણે આટલી મહેનત કરી, આજે આપણે એનો જ ઉપયોગ કરીયે છીએ.

લિયોનાર્ડો એમના બધા કાર્યો માં સૌથી પ્રસિદ્ધ - સસલા વાળી સમસ્યા ની સંખ્યા ના નમૂના (પેટર્ન) માટે જાણીતા છે. આજે આપણે આ નમૂના અથવા પેટર્ન ને "ફિબોનાચી અનુક્રમ" થી જાણીયે છીએ. [ફિબોનાચી નો અર્થ છે "બોનાચીઓ નો પુત્ર"]. વૈજ્ઞાનિકો અને ગણિતજ્ઞો હવે જાણે છે કે આ અનુક્રમ બહુ વિશેષ છે : આ એ બ્લ્યૂપ્રિન્ટ છે જે જણાવે છે કે ફૂલો જેવી જીવિત વસ્તુઓ એક ક્રમબદ્ધ, સામંજસ્યપૂર્ણ રીતે કેવી રીતે વધે છે. ફિબોનાચી ની સંખ્યાઓ માનવ કલ્પનાઓ - મકાનો, સંગીત, કલા, અને કવિતાઓ - માં પણ ઝલકે છે.

પણ ઇતિહાસકારો ના કહેવા પ્રમાણે લિયોનાર્ડો એ ક્યારેય પણ એ સંખ્યાઓ ના મહત્વ ને મહેસુસ નહોતું કર્યું.

કે કદાચ કર્યું પણ હોય?